

# 1 Synchronní stroj s permanentními magnety

Jak napovídá název práce, je text zaměřen na řízení synchronních elektrických pohonů. Ze skupiny všech těchto strojů se však zaměřuje pouze na jejich specifickou podskupinu obsahující permanentní magnety. Je tomu tak proto, že oproti synchronním strojům s buzením vykazují synchronní stroje s permanentními magnety celou řadu výhod, teší se stále větší oblíbenosti a nacházejí mnoho aplikací v praxi [15].

## 1.1 PMSM

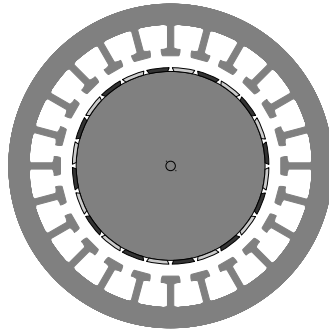
Zkratkou PMSM bude v textu označován synchronní stroj s permanentními magnety (Permanent Magnet Synchronous Machine). U tohoto točivého elektrického stroje (motoru) se rotor otáčí stejnou rychlostí, tedy synchronně, jako točivé magnetické pole statoru. Pro generování magnetického pole rotoru je užito místo budícího vinutí permanentních magnetů. Rostoucí praktická aplikace této konstrukce je umožněna především díky snadnější dostupnosti kvalitních permanentních magnetů ze speciálních slitin s velkou magnetickou indukcí oproti klasickým feritovým magnetům [14, 18].

### 1.1.1 Konstrukce

Přiblížení základní konstrukce PMSM je znázorněno na obrázku 1.1. Nákres je pouze ilustrativní, ale zobrazuje hlavní části PMSM: Vnější kruh představuje stator se zuby, na kterých je navinuto statorové vinutí (v obrázku není zobrazeno). Vnitřní kruh reprezentuje rotor, na jehož povrchu jsou umístěny permanentní magnety s barevně rozlišenými póly.

Často se lze setkat i s opačnou konstrukcí, kdy je stator umístěn uvnitř a rotor s magnety se otáčí kolem něj. Tato konstrukce PMSM nalézá využití k pohonu nejrůznějších vozidel, kdy lze motor umístit přímo dovnitř kola vozidla, dalším příkladem je pak přímý pohon bubny automatické pračky. Existují i však další konstrukce PMSM, například s otočným státorem i rotorem.

Vyobrazená konstrukce (obrázek 1.1) je označována jako SMPMSM (*Surface Mounted PMSM*), tedy PMSM s magnety na povrchu. Další častou konstrukcí je IPMSM (*Inner PMSM*), kde jsou permanentní magnety umístěny uvnitř rotoru. Tyto stroje mají nepatrně odlišné vlastnosti, které ale mají významný vliv při návrhu řízení těchto strojů, detailněji bude rozebráno dále v textu. Pod PMSM se ještě zahrnují reluktanční motory, které jsou založeny na poněkud odlišném principu a nebudeme se jimi v textu zabývat.



Obrázek 1.1: *Ilustrativní obrázek konstrukce PMSM: Vnější kruh představuje stator se zuby, na kterých je navinuto statorové vinutí (v obrázku není zobrazeno). Vnitřní kruh reprezentuje rotor, na jehož povrchu jsou umístěny permanentní magnety s barevně rozlišenými póly.*

### 1.1.2 Výhody a nevýhody

Specifická konstrukce PMSM popsaná výše má oproti asynchronním strojům a synchronním strojům s budícím vinutím celou řadu výhod. Má samozřejmě i své nevýhody. Následující přehled základních odlišností od ostatních střídavých strojů čerpá především ze zdrojů [14, 18, 20].

#### Výhody

- rotor neobsahuje vinutí a tedy
  - je možno jej konstruovat menší, což je velmi výhodné v aplikacích, kde záleží na co nejmenší velikosti pohonu
  - je možno jej konstruovat lehčí, což snižuje hmotnost celého zařízení
  - má menší moment setrvačnosti rotoru
  - není třeba složitě přivádět napájení na rotor
  - nedojde k poruše na rotorovém vinutí
- není třeba motor před rozběhem budit a nepotřebuje zdroj budícího proudu
- odpadá problém s přívodem proudu do buzení rotoru
- vyšší účinnost, protože nejsou jouleovy ztráty v:
  - rotoru oproti asynchronnímu stroji
  - buzení oproti synchronnímu stroji s buzením
- momentová přetížitelnost
- možnost konstrukce pomaluběžného stroje s dostatečným výkonem, který nepotřebuje převodovku, a tedy výhody spojené s absencí převodovky

## Nevýhody

- technologicky složitější výroba – připevnění permanentních magnetů na rotor
- složitější opravy
- vyšší cena z důvodu nezanedbatelných nákladů na permanentní magnety
- menší robustnost
- problematické odbuzování a klesající účinnost při odbuzování
- závislost magnetických vlastností permanentních magnetů na teplotě a tedy nutnost dobrého chlazení
- stálá přítomnost budícího pole v motoru, následně při využití například k pohonu vozidla, dojde-li poruše a následném odtahu, funguje motor jako generátor
- problematika zkratu, při které může teoreticky dojít až k demagnetizaci permanentních magnetů
- *problematika spojená s návrhem řízení těchto strojů*

Právě poslední zmiňovaný nedostatek, to jest komplikace při návrhu řízení PMSM a způsoby jak se s tímto nedostatkem vypořádat jsou ústředním tématem této práce.

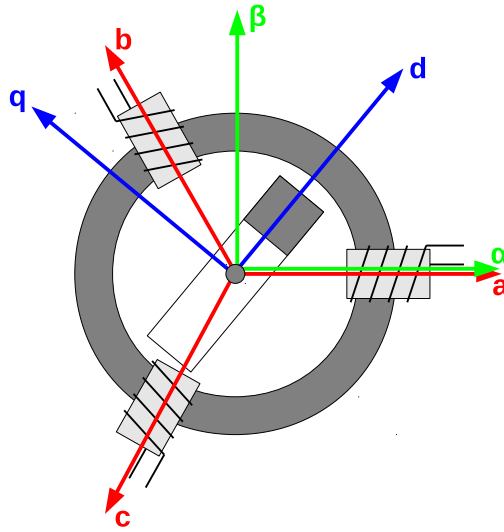
## 1.2 Souřadné soustavy pro popis PMSM

K popisu PMSM se užívá dvou kvalitativně zcela rozdílných typů fyzikálních veličin. Jedná se o veličiny mechanické jako poloha (úhel natočení rotoru) a otáčky (rychlost otáčení), dále pak lze uvažovat zátěžný moment nebo tření. Další uvažované veličiny jsou elektrické, především elektrické proudy a napětí, a dále indukčnosti a rezistance.

Elektrické veličiny se nejčastěji uvažují v jednom ze tří souřadných systémů vyobrazených na obrázku 1.2. Souřadný systém  $a-b-c$  uvažuje tři osy ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) ve směru os vinutí jednotlivých fází. Protože však elektrické veličiny v jednotlivých osách systému  $a-b-c$  nebývají vzájemně nezávislé a jsou svázány nějakým vztahem, je obvykle využíván popis v soustavě  $\alpha-\beta$ . Tato souřadná soustava je opět svázána se statorem. Osa  $\alpha$  je totožná s osou  $a$ , osa  $\beta$  je na osu  $\alpha$  kolmá a tvoří tak ortogonální systém. Pro většinu aplikací se však ukazuje výhodným přejít do rotující souřadné soustavy  $d-q$  svázené s rotorem. Osa  $d$  je pak umístěna ve směru osy permanentního magnetu a směřuje k jeho severnímu pólu, osa  $q$  je na ni kolmá.

### 1.2.1 Transformace souřadnic

Žádná z výše zmiňovaných souřadných soustav není univerzálně nejlepší. Pro každý účel se nejlépe hodí jen některá z nich a proto je důležité umět mezi nimi přecházet, tedy převádět jednotlivé veličiny.



Obrázek 1.2: Souřadné systémy používané pro popis PMSM znázorněné na zjednodušeném modelu: na statorové části jsou umístěny pouze tři cívky reprezentující statorová vinutí jednotlivých fází a jako rotor pak slouží jediný permanentní magnet.

### Transformace $a - b - c \longleftrightarrow \alpha - \beta$

Tato transformace se označuje také jako Clarkova transformace, rovnice lze nalézt například v [7], případně je možné je poměrně snadno odvodit.

Osa  $\alpha$  je totožná s osou  $a$ , osy  $b$  a  $c$  pak uvažujeme oproti ní otočeny o  $\pm 120^\circ$ . Souřadnice v ose  $\alpha$  tedy získáme následujícím průmětem z os  $a$ ,  $b$ ,  $c$

$$\alpha = k \left( a + b \cdot \cos(120^\circ) + c \cdot \cos(-120^\circ) \right) = k \left( a - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c \right)$$

kde  $k$  značí normovací konstantu  $k = \frac{2}{3}$ . Obdobně postupujeme v případě osy  $\beta$ . Osa  $\alpha$  je na ní kolmá a tedy její příspěvek je nulový. Osy  $b$  a  $c$  promítnutne do osy  $\beta$  získáme vztah

$$\beta = k \left( b \cdot \sin(120^\circ) + c \cdot \sin(-120^\circ) \right) = k \left( \frac{\sqrt{3}}{2}b - \frac{\sqrt{3}}{2}c \right)$$

Celkem tedy máme rovnice

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2}{3} \left( a - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c \right) \\ \beta &= \frac{\sqrt{3}}{3} (b - c) \end{aligned}$$

Pro inverzní transformaci platí následující vztahy

$$a = \alpha + \beta$$

$$\begin{aligned}
b &= \left( -\frac{1}{2}\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta \right) + \theta \\
c &= \left( -\frac{1}{2}\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta \right) + \theta
\end{aligned}$$

kde  $\theta$  představuje takzvanou nulovou složku  $\theta = \frac{1}{3}(a + b + c)$ .

### Transformace $\alpha - \beta \longleftrightarrow d - q$

Transformace je označována jako Parkova transformace a představuje přechod do rotujícího souřadného systému. Rovnice transformace lze najít opět například v [7], ale jedná se běžnou lineární operaci rotace.

Uvažujeme tedy otočení doustavy  $d-q$  oproti  $\alpha - \beta$  o úhel  $\phi$  kolem společného počátku souřadných soustav, což vede na převodní vztah

$$\begin{pmatrix} d \\ q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Inverzní transformace je

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d \\ q \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

## 1.3 Model PMSM

Pro tvorbu modelu PMSM vyjdeme z fyzikálních zákonů popisujících hlavní děje odehrávající se v synchronním stroji. Jedná se především o jevy elektrické, mechanické a vzájemnou přeměnu elektrické a mechanické energie. Složitější jevy jako proměnlivost parametrů s teplotou, syčení materiálu magnetickým tokem, případně vliv napájecí elektroniky v tomto modelu uvažovány nebudou. Fyzikální vztahy a zákony pro odvození rovnic PMSM jsou čerpány z [5, 6].

### 1.3.1 Rovnice pro proudy

Cílem je odvodit rovnice pro PMSM a tedy vyjádřit, jak na sobě hlavní veličiny popisující tento systém navzájem závisují a jak se vyvíjejí v čase. Vyjdeme ze vztahu pro napětí v obvodu statoru. Statorové napětí  $u_s$  uvažujeme zapsané ve souřadné soustavě  $\alpha - \beta$  ve smyslu  $s = \alpha + j\beta$  (kde  $j$  značí komplexní jednotku) a dále uvažujeme, že je obecně funkcí času  $u_s = u_s(t)$ . Toto napětí lze vyjádřit jako součet napětí souvisejícího s průchodem proudy obvodem a dále jako indukovaného napětí v důsledku elektromagnetické indukce. První z těchto členů lze vyjádřit pomocí Ohmova zákona v závislosti na proudu. Indukované napětí je na základě Faradayova zákona elektromagnetické indukce rovno změně magnetického toku v čase. Uvažujme tedy, že proud procházející státorem  $i_s$

i magnetický tok ve stroji  $\psi_s$  zapsaný ve statorové souřadné soustavě jsou opět funkcemi času:  $i_s = i_s(t)$  a  $\psi_s = \psi_s(t)$ . Rovnici pro napětí pak získáme ve tvaru

$$u_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt} \quad (1.3)$$

kde  $R_s$  je rezistance a předpokládáme ji známou a konstantní.

Nyní je třeba vyjádřit hodnotu magnetického toku  $\psi_s$ . Magnetický tok vzniká ve stroji jednak ve statorovém vinutí a dále v důsledku působení permanentních magnetů. Statorové vinutí je z fyzikálního pohledu cívku a tedy magnetický tok je přímo úměrný proudu procházejícímu touto cívku:  $\psi_s^{civka} = L_s i_s$ , kde  $L_s$  označuje indukčnost cívky, kterou předpokládáme konstantní, známou a prozatím izotropní. Tok permanentních magnetů označíme jako  $\psi_{pm}$  a považujeme jej za známou konstantu. Rotor obsahující permanentní magnety je však obecně natočen a tok permanentních magnetů je směřován pouze do směru osy  $d$ . Úhel natočení, označme jej jako  $\vartheta$ , budeme opět uvažovat jako funkci času  $\vartheta = \vartheta(t)$ . Rovnice pro celkový magnetický tok ve stroji tedy je

$$\psi_s = L_s i_s + \psi_{pm} e^{j\vartheta} \quad (1.4)$$

kde násobení  $e^{j\vartheta}$  představuje zmiňovanou rotaci o úhel  $\vartheta$  při použití komplexního zápisu.

Když nyní dosadíme rovnici (1.4) pro magnetický tok do rovnice pro napětí (1.3) a provedeme derivaci, získáme

$$u_s = R_s i_s + \frac{d(L_s i_s + \psi_{pm} e^{j\vartheta})}{dt} = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + j\psi_{pm} \frac{d\vartheta}{dt} e^{j\vartheta}$$

V této rovnici nově vystupuje veličina  $\frac{d\vartheta}{dt}$ , kterou označíme jako otáčky

$$\omega = \frac{d\vartheta}{dt} \quad (1.5)$$

Pro obdržení diferenciálních rovnic pro proudy v soustavě  $\alpha - \beta$  rozepíšeme zvlášť reálnou a imaginární složku statorové soustavy  $s$  ( $s = \alpha + j\beta$ ). Rovnice tedy jsou

$$\begin{aligned} u_\alpha &= R_s i_\alpha + L_s \frac{di_\alpha}{dt} - \psi_{pm} \omega \sin \vartheta \\ u_\beta &= R_s i_\beta + L_s \frac{di_\beta}{dt} + \psi_{pm} \omega \cos \vartheta \end{aligned}$$

a případně je možno je upravit na

$$\begin{aligned} \frac{di_\alpha}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\alpha + \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \sin \vartheta + \frac{1}{L_s} u_\alpha \\ \frac{di_\beta}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\beta - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \cos \vartheta + \frac{1}{L_s} u_\beta \end{aligned} \quad (1.6)$$

Stejně rovnice používají například v [13, 16]. Rovnice v soustavě  $d - q$  je z nich možno získat aplikováním transformace popsané rovnicí (1.1).

### 1.3.2 Rovnice pro otáčky

V odvození rovnic (1.6) byla zavedena veličina  $\omega$ , viz rovnice (1.5), popisující hodnotu otáček (změny polohy) v čase. Má-li být model PMSM úplný, je třeba odvodit rovnici i pro otáčky  $\omega$ . Protože se jedná o mechanickou veličinu, budeme vycházet ze základních zákonů mechaniky. Nejdříve uijeme vztahu pro točivý moment (*torque*)  $T$ , který budeme považovat za funkci času  $T = T(t)$ . Točivý moment lze vyjádřit jako  $T = \frac{dl}{dt}$ , kde  $l$  značí moment hybnosti (*angular momentum*). Pro ten dále platí  $l = J\omega_{mech}$ , kde  $J$  označuje moment setrvačnosti (*moment of inertia*) a předpokládáme ho jako známou konstantu,  $\omega_{mech}$  jsou mechanické otáčky. Mechanické otáčky odpovídají skutečnému otáčení stroje a liší se od otáček elektrických  $\omega$  vystupujících v rovnicích (1.6) pro proudy a jejich odvození. Vztah těchto dvou typů otáček je dán rovnicí

$$\omega = p_p \omega_{mech} \quad (1.7)$$

kde hodnota  $p_p$  představuje počet párů pólů (tedy polovina počtu pólů) permanentních magnetů stroje.

Dalším důležitým poznatkem je, že při působení více točivých momentů se tyto momenty sčítají a tedy platí

$$T_1 + \dots + T_n = \frac{dl}{dt} = \frac{d(J\omega_{mech})}{dt} = J \frac{d\omega_{mech}}{dt} \quad (1.8)$$

Jednotlivé uvažované točivé momenty  $T_i$  jsou:

1. moment získaný konverzním procesem elektrické energie, který vyjadřuje hlavní vlastnost elektrického motoru – převod elektrické energie na mechanickou:  $T_1 = T_{el}$
2. zátěžný moment reprezentující zatížení stroje, tedy to, co je motorem poháněno; působí však v opačném směru (proti pohybu):  $T_2 = -T_L$
3. moment v důsledku tření (ztráty ve stroji), působí opět proti pohybu a uvažujeme jej lineárně závislý na otáčkách s koeficientem viskozity (tření)  $B$ :  $T_3 = -B\omega_{mech}$

Celkem tedy rovnice (1.8) po dosazení konkrétních momentů přejde na

$$T_{el} - T_L - B\omega_{mech} = J \frac{d\omega_{mech}}{dt} \quad (1.9)$$

Zátěžný moment  $T_L$  sice uvažujeme obecně proměnný v čase, ale vzhledem k tomu, že představuje externí zátěž stroje, není možnost jej jakkoliv předvídat, popřípadě vhodně vyjádřit na základě jiných veličin. V rovnicích tedy bude nadále vystupovat pod označením  $T_L$  a budeme jej považovat za neznámou funkci času.

Moment  $T_{el}$  však je možno vyjádřit na základě elektrických veličin. Využijeme k tomu výpočet přes okamžitý výkon. Ten je pro trojfázový systém (v souřadnicích  $a - b - c$ ) roven  $P = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c$ . Po provedení transformace do souřadnic  $\alpha - \beta$  je vyjádřen ve tvaru

$$P = k_p (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) \quad (1.10)$$

kde  $k_p$  značí Parkovu konstantu s hodnotou  $k_p = \frac{3}{2}$ . Jako napětí zde uvažujeme indukované napětí  $u_{ind}$ , to jest druhý člen v rovnici (1.3), protože první člen této rovnice je napětí, které se podílí na tepelném výkonu stroje – ztrátách. Tedy pro indukované napětí platí, viz rovnice (1.3) a (1.4):

$$u_{ind} = \frac{d\psi_s}{dt} = \frac{d(L_s i_s + \psi_{pm} e^{j\vartheta})}{dt} = L_s \frac{di_s}{dt} + j\psi_{pm} \omega e^{j\vartheta}$$

Z indukovaného napětí navíc využijeme pouze složku reprezentovanou druhým výrazem, protože první složka obsahující derivace proudů slouží k tvorbě samotného magnetického pole stroje a nepodílí se na tvorbě výkonu. Následně v souřadném systému  $\alpha - \beta$  získáme vyjádření indukovaných napětí podílejících se na výkonu jako

$$\begin{aligned} u_{ind,\alpha} &= -\psi_{pm} \omega \sin \vartheta \\ u_{ind,\beta} &= \psi_{pm} \omega \cos \vartheta \end{aligned}$$

a po dosazení do (1.10) je

$$P = k_p (-\psi_{pm} i_\alpha \omega \sin \vartheta + \psi_{pm} i_\beta \omega \cos \vartheta) \quad (1.11)$$

Okamžitý výkon lze také vyjádřit z mechanických veličin jako

$$P = \omega_{mech} T_{el} \quad (1.12)$$

a dosazením z (1.11) již získáme vyjádření pro moment  $T_{el}$  ve tvaru:

$$T_{el} = \frac{P}{\omega_{mech}} = \frac{k_p}{\omega_{mech}} (-\psi_{pm} i_\alpha \omega \sin \vartheta + \psi_{pm} i_\beta \omega \cos \vartheta)$$

což lze pomocí vztahu (1.7) upravit na

$$T_{el} = k_p p_p (-\psi_{pm} i_\alpha \sin \vartheta + \psi_{pm} i_\beta \cos \vartheta)$$

Stejnou rovnicí pro moment  $T_{el}$  používají například v [13]. Dosazení do rovnice (1.9) pak vede na tvar

$$k_p p_p \psi_{pm} (-i_\alpha \sin \vartheta + i_\beta \cos \vartheta) - T_L - B \omega_{mech} = J \frac{d\omega_{mech}}{dt}$$

Tuto rovnici lze opět užitím vztahu (1.7) upravit tak, aby v ní vystupovali elektrické otáčky  $\omega$  a dále z rovnice vyjádřit jejich derivaci

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} (i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta) - \frac{p_p}{J} T_L - \frac{B}{J} \omega \quad (1.13)$$

Rovnici pro otáčky v této podobě (1.13) lze nalézt například v [16].



### 1.3.3 Rovnice pro proudy při různých indukčnostech

Pro použití s některými, především injektážními, metodami je do modelu PMSM třeba zahrnout anizotropie, které následně usnadní odhadování polohy. Možností, jak zavést anizotropie je uvažování různých indukčností v osách  $d$  a  $q$ . Tyto osy jsou svázány s rotorem a tedy i s permanentními magnety na něm, viz obrázek 1.2. Tok permanentních magnetů interaguje s cívkami statoru a mění jejich vlastnosti, což vede právě na rozdílné indukčnosti v osách  $d$  a  $q$ . Tedy místo jediné izotropní  $L_s$  nyní uvažujeme různé  $L_d \neq L_q$ , nadále je však považujeme za známé konstanty. Postup odvození rovnic bude analogický předchozímu odvození pro stejné indukčnosti s tím rozdílem, že bude užito soustavy  $d-q$ . Opět vyjdeme z rovnice (1.3), kde za veličiny ve statorové souřadné soustavě dosadíme veličiny v soustavě  $d-q$  otočené o úhel  $\vartheta$ . Tedy

$$u_{dq}e^{j\vartheta} = R_s i_{dq}e^{j\vartheta} + \frac{d(\psi_{dq}e^{j\vartheta})}{dt}$$

a po zderivování

$$u_{dq}e^{j\vartheta} = R_s i_{dq}e^{j\vartheta} + \frac{d\psi_{dq}}{dt}e^{j\vartheta} + j\psi_{dq}\omega e^{j\vartheta}$$

Nyní je možné zkrátit člen  $e^{j\vartheta}$  představující rotaci a získáme rovnici pro napětí ve tvaru

$$u_{dq} = R_s i_{dq} + \frac{d\psi_{dq}}{dt} + j\psi_{dq}\omega \quad (1.14)$$

Magnetický tok v osách  $d-q$  je vyjádřen podobně, jako pro stejné indukčnosti, jako součet toku indukovaného cívkami a toku permanentních magnetů, tedy

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d + \psi_{pm} \\ \psi_q &= L_q i_q \end{aligned}$$

protože tok permanentních magnetů uvažujeme pouze ve směru osy  $d$ . Po dosazení vztahů pro toky do rovnice (1.14) a jejím rozepsání do jednotlivých os ( $d$  odpovídá reálné a  $q$  imaginární ose v komplexním vyjádření) získáme rovnice

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - L_q i_q \omega \\ u_q &= R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + (L_d i_d + \psi_{pm}) \omega \end{aligned}$$

Opět je možno vyjádřit derivace proudů a získat rovnice pro proudy v soustavě  $d-q$  ve tvaru

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} i_q \omega + \frac{1}{L_d} u_d \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} i_d \omega - \frac{\psi_{pm}}{L_q} \omega + \frac{1}{L_q} u_q \end{aligned} \quad (1.15)$$

Tyto rovnice používají například v [4, 8, 9]. Rovnice pro proudy v soustavě  $\alpha-\beta$  lze získat transformováním rovnic (1.15) pomocí vztahu (1.2), tyto rovnice však již mají poměrně dosti komplikovaný zápis.

### 1.3.4 Rovnice pro otáčky při různých indukčnostech

Postup odvození rovnice pro otáčky při uvažování různých indukčností je opět podobný jako v případě stejných indukčností. Pro momenty platí opět rovnice (1.9):

$$T_{el} - T_L - B\omega_{mech} = J \frac{d\omega_{mech}}{dt}$$

kde  $T_{el}$  vypočteme přes okamžitý elektrický výkon. Užijeme tedy rovnice (1.10) a provedeme transformaci souřadnic danou vztahem (1.2):

$$\begin{aligned} P &= k_p (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) \\ &= k_p ((u_d \cos \vartheta - u_q \sin \vartheta) (i_d \cos \vartheta - i_q \sin \vartheta) + (u_q \cos \vartheta + u_d \sin \vartheta) (i_q \cos \vartheta + i_d \sin \vartheta)) \\ &= k_p (u_d i_d + u_q i_q) \end{aligned}$$

Nyní za napětí dosadíme indukovaná napětí bez složek obsahující derivace proudů, tedy

$$\begin{aligned} u_{ind,d} &= -L_q i_q \omega \\ u_{ind,q} &= (L_d i_d + \psi_{pm}) \omega \end{aligned}$$

a následně po dosazení do rovnice pro výkon získáme

$$P = k_p ((L_d - L_q) i_d i_q + \psi_{pm} i_q) \omega$$

Výsledkem užitím vztahu pro okamžitý výkon  $P$  a moment  $T_{el}$ , viz rovnice (1.12), a převodního vztahu pro otáčky (1.7) je rovnice

$$T_{el} = k_p p_p ((L_d - L_q) i_d i_q + \psi_{pm} i_q)$$

a po dosazení do rovnice pro momenty (1.9), užití převodního vztahu pro otáčky (1.7) a vyjádření derivací získáme rovnici pro otáčky ve tvaru

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_p p_p^2}{J} ((L_d - L_q) i_d i_q + \psi_{pm} i_q) - \frac{p_p}{J} T_L - \frac{B}{J} \omega \quad (1.16)$$

který lze rovněž najít v [4, 9].

### 1.3.5 Shrnutí rovnic pro PMSM

Nyní bude pro přehlednost uvedeno shrnutí výše odvozených rovnic popisujících PMSM. Nejdříve soustava rovnic v souřadnicích  $\alpha - \beta$  při uvažování stejných indukčností, tedy rovnice (1.6), (1.13) a (1.5):

$$\begin{aligned} \frac{di_\alpha}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\alpha + \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \sin \vartheta + \frac{1}{L_s} u_\alpha \\ \frac{di_\beta}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\beta - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \cos \vartheta + \frac{1}{L_s} u_\beta \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} (i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta) - \frac{p_p}{J} T_L - \frac{B}{J} \omega \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega \end{aligned} \quad (1.17)$$

Následuje soustavě pro různé indukčnosti  $L_d$  a  $L_q$  v souřadné soustavě  $d - q$  vzniklá spojením rovnic (1.15), (1.16) a (1.5):

$$\begin{aligned}
 \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}i_q\omega + \frac{1}{L_d}u_d \\
 \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}i_d\omega - \frac{\psi_{pm}}{L_q}\omega + \frac{1}{L_q}u_q \\
 \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_p p_p^2}{J}((L_d - L_q)i_d i_q + \psi_{pm}i_q) - \frac{p_p}{J}T_L - \frac{B}{J}\omega \\
 \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

## 1.4 Mechanické veličiny a senzory

Jak je patrné z výše odvozeného modelu PMSM, když chceme stroj dobře řídit, je potřeba znát s dostatečnou přesností fyzikální veličiny, které zachycují jeho stav v daném časovém okamžiku. Jako tyto veličiny v základu volíme elektrické proudy a napětí a dále pak polohu rotoru a rychlost jeho otáčení. Získat dostatečně přesné hodnoty těchto veličin však není vždy zcela jednoduché.

U elektrických proudů na výstupu stroje předpokládáme, že je měříme s dostatečnou přesností. Elektrická napětí na vstupu předpokládáme známá, protože se obvykle jedná o řídicí veličiny. Je však třeba poznamenat, že napětí požadovaná řídicím algoritmem a skutečná napětí dodaná napájecí elektronikou se mohou často značně lišit. Vliv tohoto konkrétního problému bude podrobněji diskutován dále v textu.

Získání hodnot mechanických veličin v reálném čase je v praxi mnohem komplikovanější. Je totiž třeba užít speciálních senzorů jako například: pulzní snímače na principu vhodného kódu [14], Hallovy senzory [12] nebo rezolvery [10, 14]. Pro praktické aplikace je však třeba ekonomických, robustních a kompaktních motorů a využití senzorů přináší obecně mnoho nevýhod jako například [15, 20]:

- větší hardwarová složitost zařízení, více vodičů, sběrnic a konektorů, větší rozměry
- vyšší cena, vliv na životní cyklus výrobku
- menší spolehlivost a menší odolnost proti šumu
- nutno řešit negativní vlivy na senzory: elektromagnetické pole, oscilace, vysoké rychlosti a teploty
- vyšší nároky na údržbu
- menší robustnost, problém při selhání senzoru, je-li motor současně využíván i jako brzda [19]

Je tedy snahou se užití senzorů vyhnout a k určování polohy a otáček rotoru využít jiných, *bezsenzorových*, metod. Ty jsou obvykle založeny na speciálním algoritmu, který odhaduje hodnoty mechanických veličin z hodnot veličin elektrických.

S bezsenzorovými metodami byly na počátku spojeny problémy s výpočetní náročností. To se však změnilo s dostupností moderních výkoných elektronických prvků umožňujících implementaci náročnějších algoritmů a tím byl umožněn rozvoj bezsenzorového řízení. V posledních letech tak byl současně v akademické i průmyslové sféře odstartován intenzivní výzkum na poli pokročilých řídicích strategií. Pro komerční průmyslovou aplikaci je však bezsenzorový návrh rozumný, jen pokud se neprodrazí více než původně uvažované senzory. Nelze tedy bezsenzorový návrh příliš usnadnit přidáním dalších elektrických senzorů (například napěťových), užití nejvýkonějších dostupných procesorů, případně požadavkem na jinou nebo speciální konstrukci samotného motoru [15].

## 1.5 Metody pro odhadování stavových veličin PMSM

K odhadování stavových veličin PMSM v bezsenzorovém návrhu je možno přistupovat z různých směrů a lze při tom využít mnoha specifických jevů. V důsledku toho byla vyvinuta celá řada více či méně úspěšných metod. Následující přehled čerpá svoji osnovu z [20], ta je dále doplněna o konkrétní příklady z dalších zdrojů.

### 1.5.1 Metody založené na otevřené smyčce

#### Přímý výpočet

Požadované veličiny (poloha a otáčky) jsou přímo vyjádřeny a vypočteny z rovnic popisujících PMSM. Jedná se o přímočarou a jednoduchou metodu s velmi rychlou dynamickou odezvou. Není třeba užití komplikovaného pozorovatele, nicméně metoda je velmi citlivá na chyby měření, šum a nepřesné určení parametrů stroje.

Příkladem může být následující postup při použití rovnic (1.17) v souřadné soustavě  $\alpha - \beta$ : Vyjdeme z

$$\begin{aligned}\frac{di_\alpha}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_\alpha + \frac{\psi_{pm}}{L_s}\omega \sin \vartheta + \frac{1}{L_s}u_\alpha \\ \frac{di_\beta}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_\beta - \frac{\psi_{pm}}{L_s}\omega \cos \vartheta + \frac{1}{L_s}u_\beta\end{aligned}$$

vyjádříme

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha = \omega \sin \vartheta &= \frac{L_s}{\psi_{pm}} \frac{di_\alpha}{dt} + \frac{R_s}{\psi_{pm}} i_\alpha - \frac{1}{\psi_{pm}} u_\alpha \\ \varepsilon_\beta = \omega \cos \vartheta &= -\frac{L_s}{\psi_{pm}} \frac{di_\beta}{dt} - \frac{R_s}{\psi_{pm}} i_\beta + \frac{1}{\psi_{pm}} u_\beta\end{aligned}$$

a na závěr vypočteme

$$\begin{aligned}|\omega| &= \sqrt{\varepsilon_\alpha^2 + \varepsilon_\beta^2} \\ \vartheta &= \arctan \frac{\varepsilon_\alpha}{\varepsilon_\beta}\end{aligned}$$

## Výpočet statorové indukčnosti

Používá se pro IPMSM, kde indukčnost statorových fází je funkcí polohy rotoru. Poloha rotoru je tedy vypočtena z napětí a proudu ve statorové fázi. Problémy nastávají v důsledku nepřesného výpočtu indukčnosti a dále při saturaci magnetickým tokem, kdy metoda poskytuje špatné výsledky.

## Integrace zpětné elektromotorické síly

Metoda využívá toho, že v synchronním stroji rotuje statorový a rotorový tok synchronně a tedy ze znalosti statorového toku lze vypočítat, na základě rovnic stroje, úhel rotorového toku, tedy polohu hřídele. Problém tohoto přístupu je především v citlivosti na chyby a (především teplotní) změny rezistance statoru. Dále metoda funguje špatně při nízkých otáčkách.

## Rozšířená elektromotorická síla

Jedná se především o rozšíření konceptu zpětné elektromotorické síly na IPMSM, kde navíc vystupují rozdílné indukčnosti. Umožňuje tedy užití metod pro SMPMSM založených na EMF i pro IPMSM.

### 1.5.2 Metody s uzavřenou smyčkou

#### Rozšířený Kalmanův filtr

Tato metoda poskytuje ve srovnání s ostatními velmi dobré výsledky, je méně ovlivněna šumem měření a nepřesností parametrů. Je asi nejpoužívanějším nelineárním pozorovatelem pro odhadování stavových veličin PMSM. Popis jeho aplikace lze nalézt například v [1, 2, 3, 16]. Problematictější je nutnost vhodné volby kovariančních matic. Dále je třeba vhodně vyřešit problém s konvergencí ke špatnému řešení (symetrie  $(\omega, \vartheta)$  a  $(-\omega, \vartheta + \pi)$ ). Postup je také problematictější pro IPMSM s různými indukčnostmi. Dalšími nevýhodami jsou vyšší výpočetní a časová náročnost. Detailnímu popisu algoritmu rozšířeného Kalmanova filtru a jeho následné aplikaci na PMSM bude věnována zvláštní pozornost dále v textu ([odkaz](#)).

#### MRAS

Algoritmus využívá redundance dvou různých modelů stroje k určení stejných veličin z jiné množiny vstupů. Chyba mezi estimovanými veličinami jednotlivých modelů je pak úměrná úhlovému posunu mezi dvěma odhadovanými vektory toku. Tato chyba je pak obvykle minimalizována PI regulátorem. Příkladem je využití napěťového modelu a proudového modelu k určení chyby toku, ze které je určena rychlost. Jinou možností je užit jako jeden z modelů samotný PMSM. Nevýhodou je silná závislost na přesnosti parametrů stroje.

## Jednoduché adaptivní řízení

Návrh pro případ známé velikosti toku permanentních magnetů. Výhodou je zvládnutí kompenzace konstantní posun napětí, avšak má problémy při nízkých otáčkách.

## Klouzavý pozorovatel (sliding mode observer)

Přístup zajišťuje nulovou chybu odhadovaného statorového proudu. Dále pak rekonstruuje zpětnou elektromotorickou sílu a vypočítává z ní polohu rotoru. Opět má problémy při nízkých otáčkách. Existuje i iterativní verze klouzavého pozorovatele, viz například [11].

### 1.5.3 Metody založené na neideálních vlastnostech motoru

Odstraňují kritickou závislost na velikosti zpětné elektromotorické síly úměrné otáčkám stroje.

#### Vysokofrekvenční (HF) injektáž

Založená na vlastnosti magnetických „výčnělků“ (saliency) především u IPMSM, případně na lokálních anizotropiích v důsledku saturace magnetickým tokem typicky pro SMPMSM.

Injektovaný signál je periodický, generuje točivé nebo střídavé pole ve specifickém, předem určeném prostorovém směru. Tento signál je označován jako „nosný“ – periodický na nosné frekvenci vzhledem k času nebo prostoru. Nosný signál je modulován aktuální prostorovou orientací anizotropií stroje. Přidaný signál je následně extrahován z výstupu stroje a demodulován, tím je získán úhel natočení.

Výhodné je injektovat do  $d$  osy, kde nedochází k rušení momentu. Dále injektáží do  $d$  osy lze užít saturace tokem pro motory s nevýraznými výstupky, to však není vhodné pro aplikace při silném zatížení. Další možností je injektovat ve statorových souřadnicích  $\alpha - \beta$ .

Výhodou injektáží je necitlivost k nepřesné znalosti parametrů stroje. Nevýhodou je spotřeba jistého množství napětí, což snižuje dostupné maximální napětí. Dalším nedostatkem je užití digitálních filtrů pro zpracování a špatný dynamický výkon v důsledku jejich užití.

#### Nizkofrekvenční (LF) injektáž

Injektování nízké frekvence do  $d$  osy. To způsobí změnu v otáčkách indikující chybu odhadu. Z ní je pak možné odhadnout polohu. Založeno na jiném principu než vysokofrekvenční injektáže a výstupky již nejsou nutnou podmínkou pro tuto metodu. Funkčnost závisí na momentu setrvačnosti stroje a pro jeho velké hodnoty selháva. Dalším nedostatkem je pomalá dynamická odezva.

## **INFORM (Indirect flux detection by on-line reactance measurement)**

Použití pro určení polohy PMSM při nízkých a nulových otáčkách. Založeno na měření proudové odezvy vyvolané napěťovým vektorem aplikovaným v různých prostorových směrech a užitím tohoto proudu k identifikaci změny indukčnosti. Výhodou je jednoduchý výpočet a dále není třeba rovnic pro motor. Tedy metoda je necitlivá na změnu/nepřesné hodnoty parametrů. Je však citlivá na chyby toku způsobující špatný odhad. Dále tato metoda způsobuje rušení proudů v ustáleném stavu.

### **1.5.4 Detekce počáteční polohy**

Pro hladký start PMSM je třeba znát počáteční polohu. Obvykle je užito vhodné excitace stroje k získání informace o poloze.

#### **Užití impulzního napětí**

Založeno na změně indukčnosti s pozicí magnetů na rotoru. Za klidu jsou do statorových fází aplikovány napěťové obdélníkové pulzy a z proudů je následně vypočítána informace o poloze.

#### **Testovací napěťové vektory**

Napěťové vektory v různých prostorových směrech jsou aplikovány do stroje a je měřena proudová odezva. Nejvyšší odezva pak indikuje pozici rotoru. Funkčnost metody je založena na saturaci statorového jádra.

#### **Vysokofrekvenční (HF) testovací signál**

Počáteční poloha je získávána z odezvy na injektovaný proudový nebo napěťový vysokofrekvenční signál.

### **1.5.5 Kombinace metod**

Vzhledem k tomu, že každá z výše uvedených metod má své nedostatky, nejlepších výsledků je dosahována jejich kombinací.

V [1] představují bezsenzorové řízení založené na EKF estimátoru ve spojení s PI regulátory. To nepotřebuje znát počáteční natočení rotoru a zátěžný moment. PI regulátor napětí lze nastavit se zamčeným rotorem a je řešen i problém s rozpoznáním signálu  $\omega$ .

Článek [2] je také zaměřen na využití EKF, nyní však v případě IPMSM. Návrh je komplikovanější v důsledku anizotropie stroje, autoři se jí však snaží využít k vylepšení výkonu systému.

V [17] využívají řízení založené na klouzavém pozorovateli, kde si ale navíc při nízkých otáčkách  $\omega \approx 0$  pomáhají injektováním stejnosměrného proudu do  $d$  osy. Nevyužívají však anizotropií ani nijak zvlášť neanalyzují injektovaný signál.

## **Hybridní metody s injektáží**

### **Více modelů**

sekvenční Monte Carlo metoda – Particle Filter



## Literatura

- [1] Bolognani, S.; Oboe, R.; Zigliotto, M.: Sensorless full-digital PMSM drive with EKF estimation of speed and rotor position. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, ročník 46, č. 1, Únor 1999: s. 184–191, ISSN 0278-0046, doi:10.1109/41.744410.
- [2] Bolognani, S.; Tubiana, L.; Zigliotto, M.: EKF-based sensorless IPM synchronous motor drive for flux-weakening applications. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, ročník 39, č. 3, 2003: s. 768–775, ISSN 0093-9994, doi:10.1109/TIA.2003.810666.
- [3] Bolognani, S.; Zigliotto, M.; Zordan, M.: Extended-range PMSM sensorless speed drive based on stochastic filtering. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, ročník 16, č. 1, Leden 2001: s. 110–117, ISSN 0885-8993, doi:10.1109/63.903995.
- [4] Chen, J.-L.; Liu, T.-H.; Chen, C.-L.: Design and implementation of a novel high-performance sensorless control system for interior permanent magnet synchronous motors. *Electric Power Applications, IET*, ročník 4, č. 4, april 2010: s. 226 –240, ISSN 1751-8660.
- [5] Feynman, R.; Leighton, R.; Sands, M.: *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 1/3*. Havlíčkův Brod: Fragment, první vydání, 2000, ISBN 80-7200-405-0.
- [6] Feynman, R.; Leighton, R.; Sands, M.: *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 2/3*. Havlíčkův Brod: Fragment, první vydání, 2001, ISBN 80-7200-420-4.
- [7] Fišer, O.: *Střídavý regulovaný pohon se synchronním motorem s permanentními magnety*. Dizertační práce, VŠB - Technická univerzita Ostrava, dub 2006.
- [8] Foo, G.; Rahman, M.: Sensorless vector control of interior permanent magnet synchronous motor drives at very low speed without signal injection. *Electric Power Applications, IET*, ročník 4, č. 3, march 2010: s. 131 –139, ISSN 1751-8660.
- [9] Genduso, F.; Miceli, R.; Rando, C.; a.j.: Back EMF Sensorless-Control Algorithm for High-Dynamic Performance PMSM. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, ročník 57, č. 6, june 2010: s. 2092 –2100, ISSN 0278-0046.
- [10] Harnefors, L.; Nee, H.-P.: A general algorithm for speed and position estimation of AC motors. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, ročník 47, č. 1, Únor 2000: s. 77–83, ISSN 0278-0046, doi:10.1109/41.824128.

- [11] Kang, K.-L.; Kim, J.-M.; Hwang, K.-B.; aj.: Sensorless control of PMSM in high speed range with iterative sliding mode observer. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004. APEC '04. Nineteenth Annual IEEE*, 2004.
- [12] Kim, H.; Yi, S.; Kim, N.; aj.: Using low resolution position sensors in bumpless position/speed estimation methods for low cost PMSM drives. In *Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005*, ročník 4, 2005, ISSN 0197-2618, s. 2518–2525 Vol. 4, doi:10.1109/IAS.2005.1518814.
- [13] Lee, J.; Hong, J.; Nam, K.; aj.: Sensorless Control of Surface-Mount Permanent-Magnet Synchronous Motors Based on a Nonlinear Observer. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, ročník 25, č. 2, feb. 2010: s. 290 –297, ISSN 0885-8993.
- [14] Novák, J.: Uplatnění synchronních strojů v dopravní technice. *Elektro*, čvn-zář 2006.
- [15] Pacas, M.: Sensorless Drives in Industrial Applications. *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, ročník 5, č. 2, june 2011: s. 16 –23, ISSN 1932-4529.
- [16] Peroutka, Z.; Smidl, V.; Vosmik, D.: Challenges and limits of extended Kalman Filter based sensorless control of permanent magnet synchronous machine drives. In *Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09. 13th European Conference on*, sept. 2009, s. 1 –11.
- [17] Urlep, E.; Jezernik, K.: Low and Zero Speed Sensorless Control of nonsalient PMSM. In *Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007. IEEE International Symposium on*, 2007, s. 2238–2243, doi:10.1109/ISIE.2007.4374956.
- [18] Černý, O.; Doleček, R.; Novák, J.: Synchronní motory s permanentními magnety pro trakční pohony kolejových vozidel. *Vědeckotechnický sborník ČD*, , č. 29, 2010.
- [19] Wallmark, O.; Harnefors, L.; Carlson, O.: Control Algorithms for a Fault-Tolerant PMSM Drive. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, ročník 54, č. 4, 2007: s. 1973 –1980, ISSN 0278-0046, doi:10.1109/TIE.2007.895076.
- [20] Yongdong, L.; Hao, Z.: Sensorless control of permanent magnet synchronous motor – a survey. In *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2008. VPPC '08. IEEE*, sept. 2008, s. 1 –8.