

Popis PMSM

March 28, 2011

Úvod

Hlavní náplní této práce je řízení elektrických pohonů, konkrétně synchronního motoru s permanentními magnety (v textu bude označován zkratkou PMSM z anglického *Permanent Magnet Synchronous Machine*). Jedná se o synchronní stroj, tedy rotor se otáčí současně (synchronně) s točivým magnetickým polem statoru. Na rotoru má ale místo budícího vinutí permanentní magnety. Tato konstrukce nachází v poslední době stále větší uplatnění. Je tomu tak především z důvodu snadnější dostupnosti kvalitních permanentních magnetů, ale také díky možnosti využít stále výkonější polovodičová zařízení pro řízení a napájení těchto strojů.

Permanentní magnety

Jak již bylo řečeno pro PMSM mají velký význam kvalitní permanentní magnety. Ty jsou vyráběny ze speciálních slitin nejčastěji na bázi prvků *Sm – Co* nebo *Nd – Fe – B*. Oproti klasickým feritovým magnetům se vyznačují velkou magnetickou indukcí okolo $1T$ oproti přibližně $0,3T$ u feritových magnetů.

Nevýhodou nejen těchto, ale permanentních magnetů obecně je změna jejich magnetických vlastností s teplotou. Jedná se především o hranici označovanou jako *Courieův bod*, kdy materiál přechází z feromagnetického stavu do paramagnetického a s tím je spojen výrazný pokles magnetizmu. Tato hodnota závisí na použitém materiálu a pohybuje se přibližně v rozmezí $200 – 1000^{\circ}C$. Z toho vyplývá, že je nutné udržovat motor na vhodné provozní teplotě a tedy zajistit odpovídající chlazení.

Výhody PMSM

Proč se ale PMSM využívají a jaké mají výhody oproti jiným motorům. Uvedeme především:

- rotor neobsahuje vinutí a tedy
 - je možno jej konstruovat menší, což je velmi výhodné v aplikacích, kde záleží na co nejmenší velikosti pohonu, příkladem mohou být dopravní prostředky, kde lze ušetřené místo využít například pro cestující (nízkopodlažní tramvaj)

- je možno jej konstruovat lehčí, což snižuje hmotnost celého zařízení
- má menší moment setrvačnosti rotoru
- není třeba složitě přivádět napájení na rotor
- není třeba motor před rozběhem budit a nepotřebuje zdroj budícího proudu
- odpadá problém s přívodem proudu do buzení rotoru
- vyšší účinnost – nejsou jouleovy ztráty v rotoru (oproti asynchronnímu stroji) popřípadě v buzení (oproti synchronnímu stroji s buzením)
- momentová přetížitelnost
- možnost konstrukce pomaluběžného stroje s dostatečným výkonem, který nepotřebuje přivedovku (výhody spojené s absencí převodovky)

Nevyhody

Na druhou stranu toto řešení motoru má i své nevýhody, jedná se zejména o:

- technologicky složitější výroba – připevnění permanentních magnetů na rotor (nejčastěji lepení)
- složitější opravy
- vyšší cena (nezanetbatelné náklady na permanentní magnety)
- menší robustnost
- problematické odbuzování
- nutnost dobrého chlazení – závislost magnetických vlastností magnetů na teplotě
- problematika spojená s návrhem řízení těchto strojů (bude detailněji rozebrána níže)

Konstrukce

Základní konstrukce PMSM je na obrázku 1. Nákres je pouze ilustrativní, ale zobrazuje hlavní části PMSM: Vnější kruh představuje stator. Na něm jsou zuby, na kterých je navinuto statorové vinutí (v obrázku není zobrazeno). Vnitřní kruh je rotor, na jehož povrchu jsou umístěny právě permanentní magnety. U těchto magnetů je barevně rozlišen severní a jižní pól.

Často se lze setkat i s opačnou konstrukcí, kdy je stator umístěn uvnitř a rotor s magnety se otáčí kolem něj. Tato konstrukce PMSM se využívá například k pohonu nejrůznějších vozidel, kdy je motor umístěn přímo v kole vozidla. Existují i další konstrukce PMSM. Zajímavou je například verze, která má otočný stator i rotor a toto zařízení pak může sloužit jako dělič výkonu.

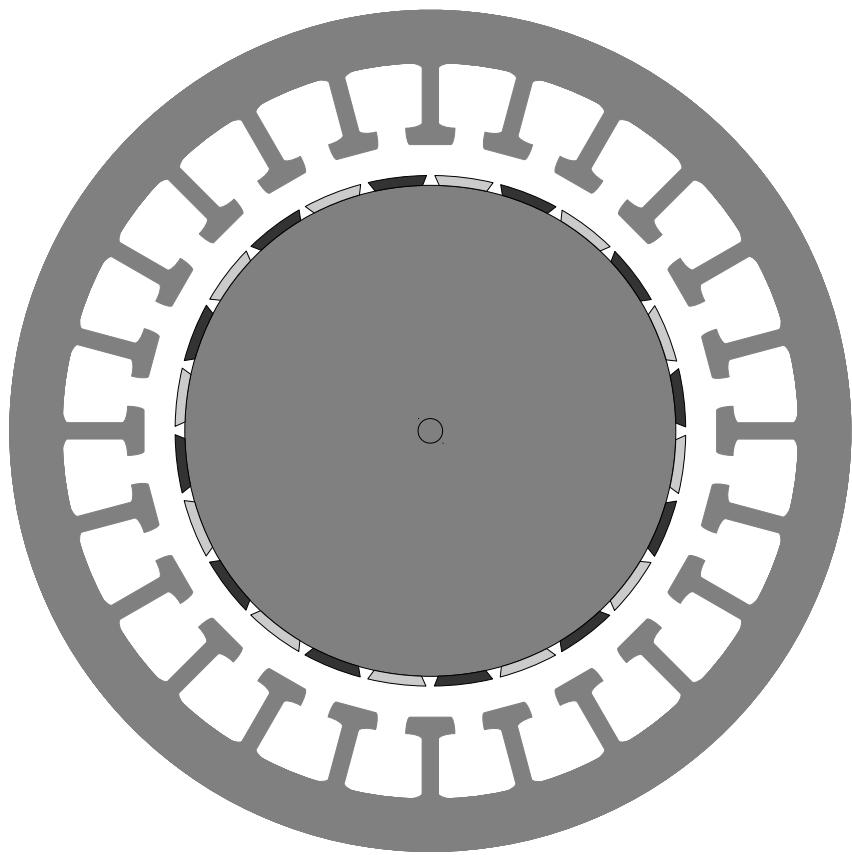


Figure 1: Ilustrativní obrázek konstrukce PMSM

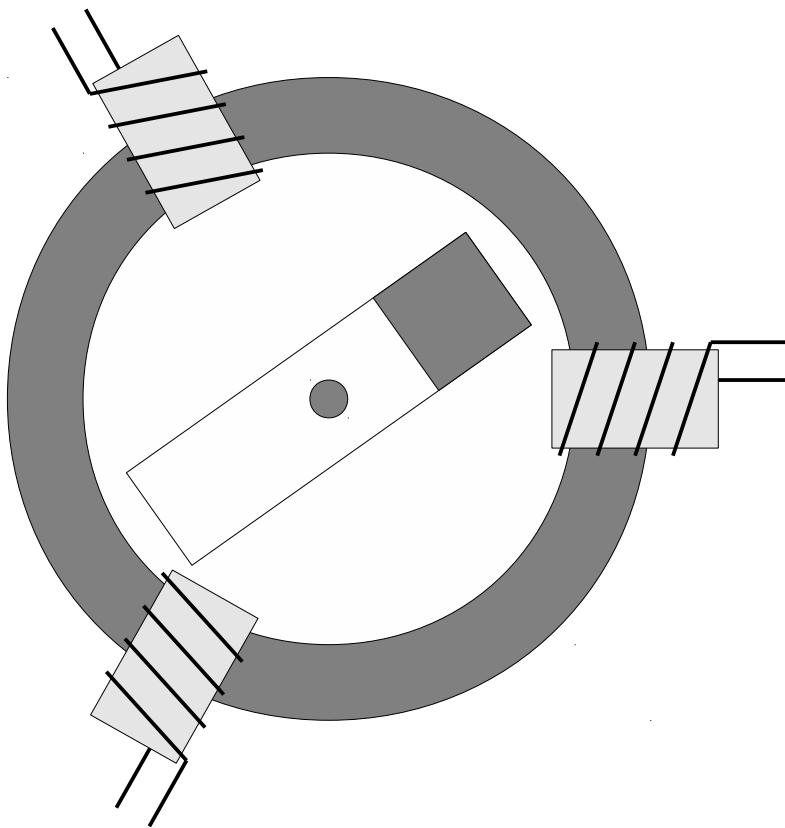


Figure 2: Zjednodušený model PMSM

Vyobrazená konstrukce je někdy také označováná jako SMPMSM (*Surface Mounted PMSM*), tedy PMSM s magnety na povrchu. Další častou konstrukcí je IPMSM (*Inner PMSM*), kde jsou permanentní magnety umístěny uvnitř rotoru. Tyto verze mají nepatrně odlišné vlastnosti, které ale mají významný vliv při návrhu řízení těchto strojů. Pod PMSM se ještě zahrnují reluktanční motory, které jsou založeny na poněkud odlišném principu a dále se jimi vůbec zabývat nebudeme.

Pro představu a odvození základních rovnic však nepotřebujeme pracovat s příliš složitou konstrukcí a vystačíme si se zjednodušeným modelem, který je zobrazen na obrázku 2. Na statoru jsou zde umístěny pouze tři cívky, které představují vinutí jednotlivých fází. Rotor je pak reprezentován jediným permanentním magnetem. Pro základní představu je tento model dostačující, dále ale bude třeba rozšířit model o více páru pólů. PMSM na nákresu má 1 pár pólů, ale reálné motory jich mívají obvykle více.

Souřadné soustavy

Pro popis a následné odvození rovnic se standartně používá několik souřadných systémů.

Prvním z nich je souřadný systém $a-b-c$ znázorněný na obrázku 3. Jednotlivé osy tohoto souřadného systému (a , b , c) jsou směřují ve směru os vinutí jednotlivých fází a jsou tedy vzájemně pootočeny o 120° .

Protože ale k popsaní polohy v rovině jsou tři souřadnice (v osách a , b , c) zbytečné a jedna z nich je vždy závislá, přecházíme k souřadnému systému $\alpha-\beta$, který je znázorněn na obrázku 4. Osa α se totožná s osou a ze souřadného systému $a-b-c$, osa β ja na ní pak kolmá. Osy $\alpha-\beta$ tedy tvoří ortogonální systém.

Pro většinu aplikací se však ukazuje výhodným přejít do rotující soustavy $d-q$, která je svázána s rotem. Její vyobrazení je na obrázku 5. Opět se jedná o ortogonální systém, kdy osu d orientujeme ve směru osy permanentního magnetu směřující k jeho severnímu pólu. Osa q je pak na ní kolmá.

Transformace souřadnic

$$a - b - c \rightarrow \alpha - \beta$$

$$\alpha - \beta \rightarrow d - q$$

Odvození rovnic

Odvození rovnic do dq soustavy

Rovnici pro napětí v obvodu statoru synchronního stroje lze zapsat jako

$$u_s = R_s i_s + u_i,$$

tedy součet napětí v obvodu (Ohmův zákon) a indukovaného napětí, přičemž veličiny jsou uvažovány komplexní. Vyjádříme-li indukované napětí, jako změnu toku v čase (Faradayův zákon elektromagnetické indukce) přejde rovnice na tvar

$$u_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt}.$$

Pro přechod do rotujícího souřadného systému předpokládáme obecně rotaci o úhel ε , kterou provedeme vynásobením všech veličin operátorem rotace v komplexních číslech $e^{j\varepsilon}$, kde j značí komplexní jednotku. Tedy

$$\begin{aligned} u_s e^{j\varepsilon} &= R_s i_s e^{j\varepsilon} + \frac{d(\psi_s e^{j\varepsilon})}{dt}, \\ u_s e^{j\varepsilon} &= R_s i_s e^{j\varepsilon} + \frac{d\psi_s}{dt} e^{j\varepsilon} + \psi_s j \omega_\varepsilon e^{j\varepsilon}, \\ u_s &= R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt} + \psi_s j \omega_\varepsilon, \end{aligned}$$

kde symbol ω_ε označuje úhlovou rychlosť – změnu úhlu ε , jedná se tedy o derivaci $\omega_\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dt}$. Tato úhlová rychlosť ω_ε odpovídá elektrickým otáčkám ω_{el} a lze ji

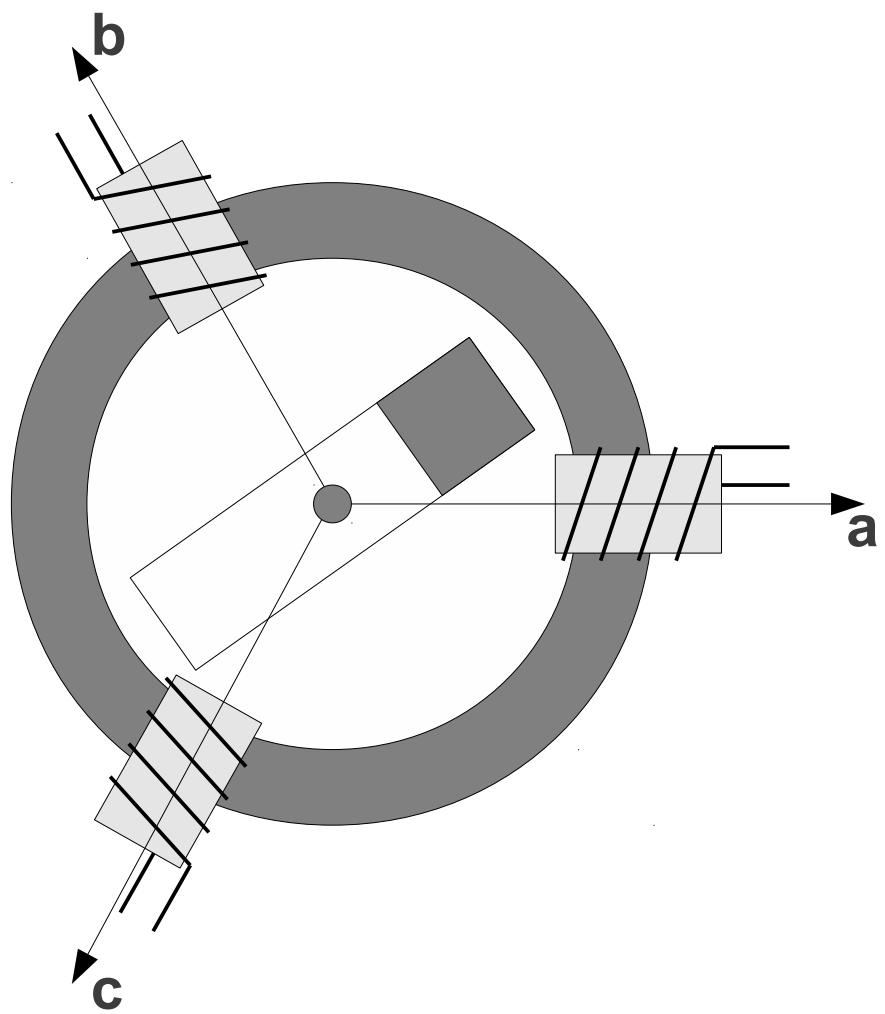


Figure 3: Souřadný systém *a*-*b*-*c*

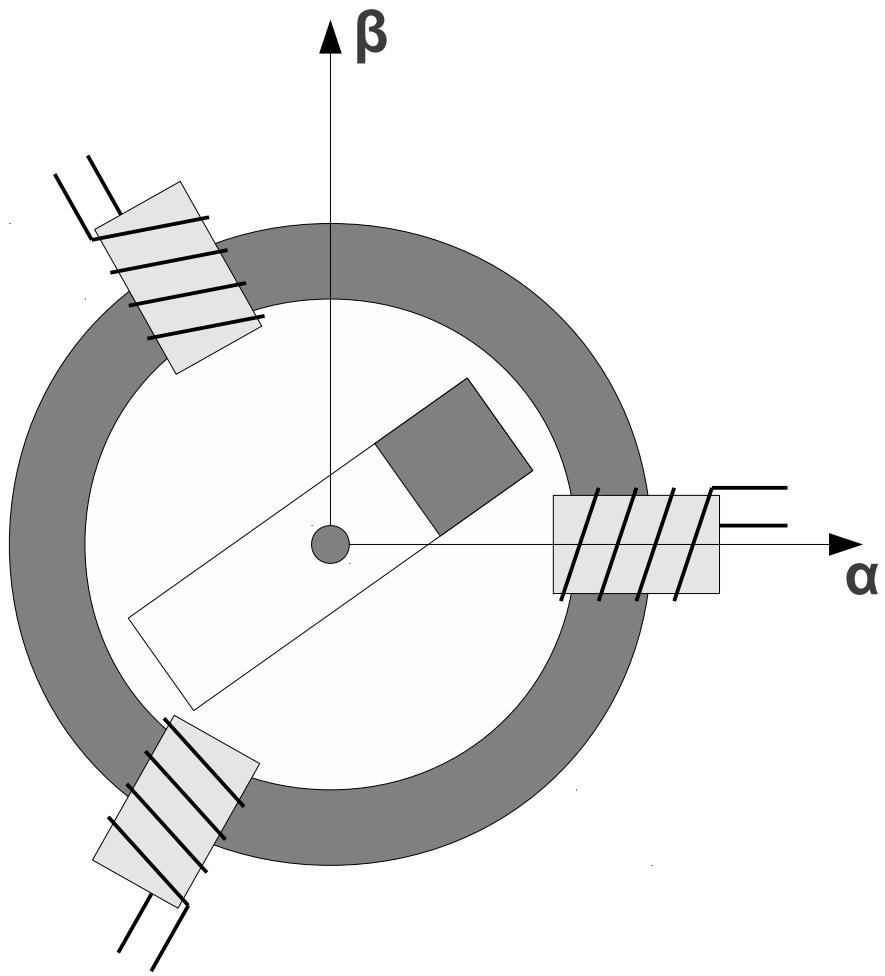


Figure 4: Souřadný systém α - β

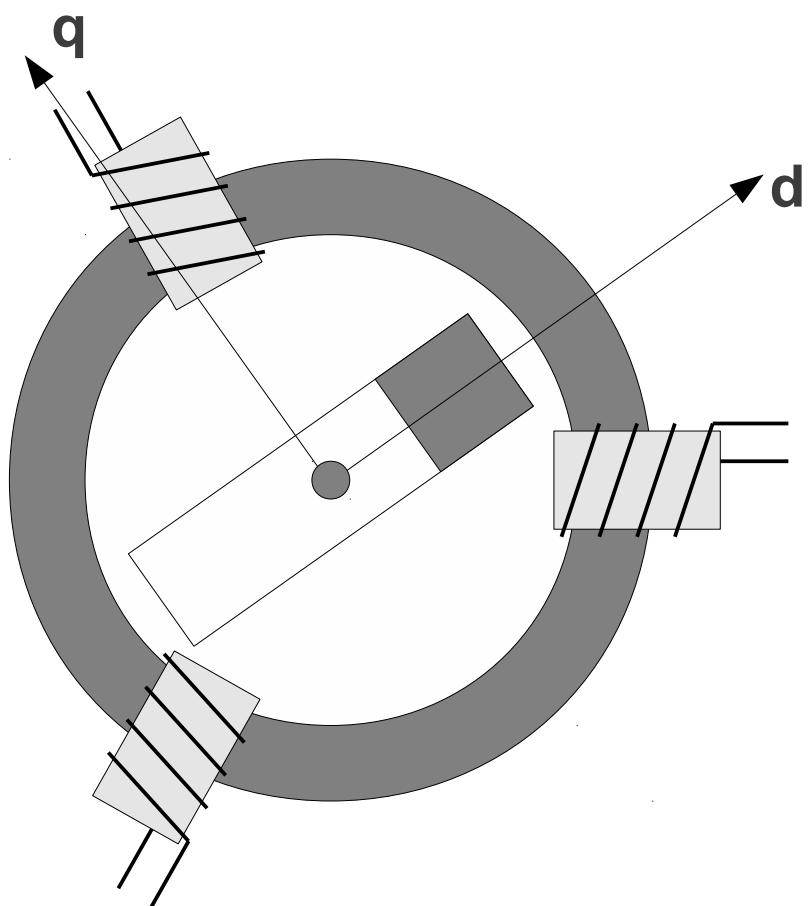


Figure 5: Souřadný systém d - q

přepočít na mechanické otáčky pomocí vztahu $\omega_{el} = p_p \omega_m$, kde p_p je počet párů polů rotoru a ω_m mechanické otáčky. Když pro jednoduchost předpokládáme počet párů polů roven 1, je $\omega_e = \omega_m$.

Nyní můžeme přejít k rovnicím v souřadném systému dq , který je natočen oproti souřadnému systému statoru ($\alpha\beta$) o úhel $\varepsilon = \vartheta$ a otáčí se rychlostí ω_m . Osa magnetického toku rotoru je osou d a v tomto směru uvažujeme reálnou složku komplexních veličin, osa q je pak na ní kolmá a bude reprezentovat složku imaginární. Dostáváme tedy

$$u_d + j u_q = R_s (i_d + j i_q) + \frac{d(\psi_d + j \psi_q)}{dt} + (\psi_d + j \psi_q) j \omega_m,$$

což při rozepsání po složkách (reálná a imaginární) vede na rovnice

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_m \psi_q, \\ u_q &= R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_m \psi_d. \end{aligned}$$

Dále uvažujme vztahy pro magnetické toky

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d + \psi_{pm}, \\ \psi_q &= L_q i_q. \end{aligned}$$

Po dosazení získáme rovnice

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_m L_q i_q, \\ u_q &= R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_m L_d i_d + \omega_m \psi_{pm}. \end{aligned}$$

Vydelením L_s respektive L_q získáme

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} \omega_m i_q + \frac{1}{L_d} u_d, \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{\psi_{pm}}{L_q} \omega_m - \frac{L_d}{L_q} \omega_m i_d + \frac{1}{L_q} u_q. \end{aligned}$$

Když ale položíme $L_d = L_q = L_s$ dostaneme rovnice

$$\begin{aligned} u_d &= R_s i_d + L_s \frac{di_d}{dt} - \omega_m L_s i_q, \\ u_q &= R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + \omega_m L_s i_d + \omega_m \psi_{pm}. \end{aligned}$$

Vydelení L_s pak vede na tvar

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_d + \omega_m i_q + \frac{u_d}{L_s}, \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_q - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega_m - \omega_m i_d + \frac{u_q}{L_s}. \end{aligned}$$

Toto vyjádření je shodné s tím, které dostaneme následně.

Odvození rovnic do $\alpha\beta$ soustavy

Opět vyjdeme z rovnice

$$u_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt}.$$

Magnetický tok ψ_s vyjádříme jako tok vytvořený cívkami statoru a dále přičteme tok permanentních magnetů, je však třeba uvažovat, že rotor obsahující permanentní magnety je natočen obecně pod úhlem ϑ . Tedy v komplexní rovině lze vyjádřit tok jako

$$\psi_s = L_s i_s + \psi_{pm} e^{j\vartheta}.$$

Dosadíme nyní do rovnice a rozepíšeme ji po složkách

$$\begin{aligned} u_s &= R_s i_s + \frac{d(L_s i_s + \psi_{pm} e^{j\vartheta})}{dt}, \\ u_\alpha + j u_\beta &= R_s (i_\alpha + j i_\beta) + \frac{d}{dt} (L_s (i_\alpha + j i_\beta) + \psi_{pm} (\cos \vartheta + j \sin \vartheta)). \end{aligned}$$

Rozepsaní na dvě rovnice je pak následující

$$\begin{aligned} u_\alpha &= R_s i_\alpha + L_s \frac{di_\alpha}{dt} - \frac{d\vartheta}{dt} \psi_{pm} \sin \vartheta, \\ u_\beta &= R_s i_\beta + L_s \frac{di_\beta}{dt} + \frac{d\vartheta}{dt} \psi_{pm} \cos \vartheta. \end{aligned}$$

Vydělíme-li rovnice indukčností L_s , vyjádříme z nich derivace proudů a derivace úhlu natočení označíme jako $\frac{d\vartheta}{dt} = \omega$ úhlovou rychlosť dostaneme následující rovnice v souřadné soustavě $\alpha\beta$:

$$\begin{aligned} \frac{di_\alpha}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\alpha + \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \sin \vartheta + \frac{u_\alpha}{L_s}, \\ \frac{di_\beta}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\beta - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \cos \vartheta + \frac{u_\beta}{L_s}. \end{aligned}$$

Nyní je ještě třeba přidat další dvě diferenciální rovnice pro otáčky ω a polohu ϑ . Rovnice pro ϑ je triviální a už byla užita, jedná se o

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega.$$

Rovnice pro ω získáme následovně ze základních zákonů mechaniky: Pro točivý moment (speciální případ momentu síly pro silovou dvojici, kdy se vektory skládají na nulu, avšak mají točivý účinek, v anglické literatuře označeno jako *torque*) platí obecně vztah

$$\tau = \frac{dL}{dt},$$

kde L označuje moment hybnosti (*angular momentum*). Při uvažování působení více točivých momentů momentů pak

$$\tau_1 + \dots + \tau_n = \sum \tau = \frac{dL}{dt}.$$

Uvažujeme-li rotaci kolem pevné osy, lze moment hybnosti vyjádřit jako

$$L = J\omega_m,$$

kde J označuje moment setrvačnosti (*moment of inertia*) a ω_m je mechanická úhlová rychlosť. Po dosazení tedy

$$\sum \tau = \frac{dL}{dt} = \frac{d(J\omega_m)}{dt} = J \frac{d\omega_m}{dt}.$$

Točivé momenty $\sum \tau$ jsou:

- moment získaný konverzním procesem elektrické energie, který vyjadřuje hlavní vlastnost točivého stroje, a to právě převod elektrické energie na mechanickou, tento moment označíme jako T_e
- zátěžný moment reprezentující zatížení stroje, tedy v podstatě to, co motor pohání, je však třeba uvažovat, že působí v opačném směru a stroj brzdí, označíme ho tedy $-T_L$
- dále je ještě třeba uvažovat ztráty ve stroji v důsledku tření, tento moment opět působí v opačném směru a uvažujeme jej lineárně závislý na otáčkách ω_m , tedy $-B\omega_m$, kde B je koeficient viskozity (tření)

Rovnice po dosazení tedy přejde na tvar

$$T_e - T_L - B\omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt}.$$

Nyní je ještě třeba vyjádřit točivý moment T_e na základě elektrických veličin. Toho lze dosáhnout výpočtem přes okamžitý elektrický výkon, pro trojfázový systém

$$P = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c.$$

Po transformaci do systému $\alpha\beta$ získáme vyjádření

$$P = k_p (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta),$$

kde k_p označuje Parkovu konstantu s hodnotou $k_p = \frac{3}{2}$. Napětí je zde uvažováno indukované $u_i = \frac{d\psi_s}{dt} = \frac{d(L_s i_s + \psi_{pm} e^{j\vartheta})}{dt} = L_s \frac{di_s}{dt} + j\omega \psi_{pm} e^{j\vartheta}$ a z něj využijeme pouze složku bez derivace proudu, protože ta slouží k tvorbě samotného magnetického pole stroje a nepodílí se na tvorbě výkonu, tedy $\omega \psi_{pm} j(\cos \vartheta + j \sin \vartheta)$. V systému $\alpha\beta$ získáme vyjádření

$$\begin{aligned} u_\alpha &= -\omega \psi_{pm} \sin \vartheta, \\ u_\beta &= \omega \psi_{pm} \cos \vartheta, \end{aligned}$$

tedy po dosazení

$$P = k_p (-i_\alpha \omega \psi_{pm} \sin \vartheta + i_\beta \omega \psi_{pm} \cos \vartheta).$$

Moment T_e lze pak určit ze vztahu $P = \omega_m T_e$ a tedy

$$T_e = \frac{P}{\omega_m} = k_p \frac{i_\beta \omega \psi_{pm} \cos \vartheta - i_\alpha \omega \psi_{pm} \sin \vartheta}{\omega_m} = k_p p_p \psi_{pm} (i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta),$$

kde jsme využili vztahu $\frac{\omega}{\omega_m} = p_p$.

Dosazení do rovnice pro momenty pak vede na tvar

$$k_p p_p \psi_{pm} (i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta) - T_L - B\omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt}.$$

Ještě je třeba upravit rovnici tak, aby v ní nevystupovaly mechanické otáčky ω_m , ale otáčky elektrické ω . Toho je možno snadno dosáhnout násobením celé rovnice p_p . Rovnici ještě vydělíme momentem setrvačnosti J a získáme tvar

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} (i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta) - \frac{T_L p_p}{J} - \frac{B}{J} \omega.$$

Tedy máme poslední rovnici následující soustavy:

$$\begin{aligned} \frac{di_\alpha}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\alpha + \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \sin \vartheta + \frac{u_\alpha}{L_s} \\ \frac{di_\beta}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s} i_\beta - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \cos \vartheta + \frac{u_\beta}{L_s} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} (i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta) - \frac{B}{J} \omega - \frac{p_p}{J} T_L \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega \end{aligned}$$

Odvození rovnice pro ω v dq soustavě pro různé indukčnosti

Opět vyjdeme z analogických vztahů jako při předchozím odvození pro $\alpha\beta$, tedy

$$T_e - T_L - B\omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt},$$

kde vyjádříme T_e ze vztahu

$$T_e = \frac{P}{\omega_m}.$$

Tedy transformujeme následující vyjádření pro výkond z $\alpha\beta$ do dq

$$\begin{aligned} P &= k_p (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta), \\ P &= k_p ((u_d \cos \vartheta - u_q \sin \vartheta) (i_d \cos \vartheta - i_q \sin \vartheta) + (u_q \cos \vartheta + u_d \sin \vartheta) (i_q \cos \vartheta + i_d \sin \vartheta)), \\ P &= k_p (u_d i_d + u_q i_q). \end{aligned}$$

Opět dosadíme za u_{dq} složky indukovaného napětí bez derivace proudů

$$\begin{aligned} u_d &= -\omega L_q i_q, \\ u_q &= \omega L_d i_d + \omega \psi_{pm}. \end{aligned}$$

To vede na

$$\begin{aligned} P &= k_p (-\omega L_q i_q i_d + (\omega L_d i_d + \omega \psi_{pm}) i_q), \\ P &= k_p \omega (i_d i_q (L_d - L_q) + \psi_{pm} i_q). \end{aligned}$$

A po dosazení získáme vyjádření pro moment T_e ve tvaru

$$T_e = k_p p_p (i_d i_q (L_d - L_q) + \psi_{pm} i_q).$$

Rovnice $T_e - T_L - B\omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt}$ pak po dosazení T_e , vydělení J a násobení p_p přejde na tvar

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_p p_p^2}{J} ((L_d - L_q) i_d i_q + \psi_{pm} i_q) - \frac{B}{J} \omega - \frac{p_p}{J} T_L.$$

Diskretizace

Diskretizací pomocí Eulerovy metody s časovým krokem Δt získáme následující diskrétní rovnice:

$$\begin{aligned} i_{\alpha,t+1} &= \left(1 - \frac{R_s}{L_s} \Delta t\right) i_{\alpha,t} + \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega_t \sin \vartheta_t + \frac{u_{\alpha,t}}{L_s} \\ i_{\beta,t+1} &= \left(1 - \frac{R_s}{L_s} \Delta t\right) i_{\beta,t} - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega_t \cos \vartheta_t + \frac{u_{\beta,t}}{L_s} \\ \omega_{t+1} &= \left(1 - \frac{B}{J} \Delta t\right) \omega_t + \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} \Delta t (i_{\beta,t} \cos \vartheta_t - i_{\alpha,t} \sin \vartheta_t) - \frac{p_p}{J} T_L \Delta t \\ \vartheta_{t+1} &= \vartheta_t + \omega_t \Delta t \end{aligned}$$

Rotace do dq

Převod do rotující souřadné soustavy dq pootočené o úhel ϑ a rotojící rychlostí ω :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}$$

(nebo stejněho efektu lze dosáhnout i použitím komplexních souřadnic a zápisem $x_{dq} = e^{j\vartheta} x_{\alpha\beta}$, jako v odvození rovnic rovnou do tvaru v dq souřadnicích) následně tedy

$$\begin{aligned} i_d &= i_\alpha \cos \vartheta + i_\beta \sin \vartheta \\ i_q &= i_\beta \cos \vartheta - i_\alpha \sin \vartheta \end{aligned}$$

a analogicky pro u ; naopak pro opačný směr transformace

$$\begin{aligned} i_\alpha &= i_d \cos \vartheta - i_q \sin \vartheta \\ i_\beta &= i_q \cos \vartheta + i_d \sin \vartheta \end{aligned}$$

a opět analogicky pro u , což po dosazení do původních diferenciálních rovnic vede na

$$\begin{aligned}\frac{d(i_d \cos \vartheta - i_q \sin \vartheta)}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}(i_d \cos \vartheta - i_q \sin \vartheta) + \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \sin \vartheta + \frac{u_d \cos \vartheta - u_q \sin \vartheta}{L_s} \\ \frac{d(i_q \cos \vartheta + i_d \sin \vartheta)}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}(i_q \cos \vartheta + i_d \sin \vartheta) - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega \cos \vartheta + \frac{u_q \cos \vartheta + u_d \sin \vartheta}{L_s} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} (i_q) - \frac{B}{J} \omega - \frac{p_p}{J} T_L \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega\end{aligned}$$

ve třetí rovnici rovnou dosadíme i_q , čtvrtá se nemění a z prvních dvou vyjádříme rovnice pro proudy a napětí v d a q , například tak, že první rovnici násobíme $\cos \vartheta$ a sečteme s druhou násobenou $\sin \vartheta$, dále pak první rovnici násobenou $-\sin \vartheta$ sečteme s druhou násobenou $\cos \vartheta$, tento postup vede na rovnice

$$\begin{aligned}\frac{di_d}{dt} - i_q \omega &= -\frac{R_s}{L_s} i_d + \frac{u_d}{L_s} \\ \frac{di_q}{dt} + i_d \omega &= -\frac{R_s}{L_s} i_q - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega + \frac{u_q}{L_s} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} i_q - \frac{B}{J} \omega - \frac{p_p}{J} T_L \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega\end{aligned}$$

otázkou je co se členy $-i_q \omega$ a $i_d \omega$ na levé straně první a druhé rovnice, protože když bychom nejdříve provedli diskretizaci a až následně převod do dq souřadnic, tyto členy zřejmě nevzniknou, nevzniknou také, když soustavu dq definujeme ne jako pootočenou o ϑ , ale jako soustavu pootočenou o nějaké konstantní ε , proto se bude vhodné **otestovat**, jaký je vliv těchto členů

diskretizovaná verze rovnic v dq je tedy

$$\begin{aligned}i_{d,t+1} + (-i_{q,t} \omega_t) &= \left(1 - \frac{R_s}{L_s} \Delta t\right) i_{d,t} + \frac{u_{d,t}}{L_s} \\ i_{q,t+1} + (i_{d,t} \omega_t) &= \left(1 - \frac{R_s}{L_s} \Delta t\right) i_{q,t} - \frac{\psi_{pm}}{L_s} \omega_t + \frac{u_{q,t}}{L_s} \\ \omega_{t+1} &= \left(1 - \frac{B}{J} \Delta t\right) \omega_t + \Delta t \frac{k_p p_p^2 \psi_{pm}}{J} i_{q,t} - \frac{p_p}{J} T_L \Delta t \\ \vartheta_{t+1} &= \vartheta_t + \omega_t \Delta t\end{aligned}$$

Problematika modelu

Dále budeme pracovat zpravidla převážně s rovnicemi odvozenými v předchozí části a skutečný stroj ustoupí do pozadí. Je však třeba mít na paměti, že za

rovnicemi se skrývá fyzikální realita a mnoho jevů, které ji doprovází. Tyto jevy se totiž při aplikaci regulátoru na skutečném stroji projeví. Jedná se především o následující body:

- nepřesnost modelu – chyby způsobené zanedbáním nejrůznějších fyzikálních vlivů a důsledky zjednodušujících předpokladů, například závislosti některých veličin na teplotě, sycení magnetických obvodů, obecně nekonstantní parametry stroje atd.
- nedokonalosti stroje – žádný stroj nebude vyrobený přesně, aby odpovídal modelu, vyskytnou se různé nerovnosti, nesymetrie a podobně
- diskretizační a zaokrouhlovací chyby – řízení je navrhováno pro digitální počítač a tedy dříve nebo později je třeba provést diskretizaci a kvantizaci všech zpracovávaných veličin
- chyby měření – měřící přístroje a čidla, která získávají informace o motoru nejsou přesná, mají pouze určitou rozlišovací schopnost a také omezenou možnost předat informaci, zejména pokud se jedná o digitální zařízení
- napájecí zdroj – zařízení, které dodává regulátorem požadované napětí do stroje není ideální, naopak odpovídá ideálním požadavkům zpravidla velmi špatně, využívá pulzní šířkové modulace (PWM) a často i střídačů; tyto zařízení pak přinášejí množství negativních efektů

Tyto jevy se velmi těžko popisují a jejich zachycení v modelu přináší mnoho komplikací. Většinu z nich ani nedokážeme popsat a předvídat. Proto se pokusíme co nejvíce z výše zmíněných problémů zahrnout pod pojem šum. Vzniká pak ale otázka, jak takový šum vhodně nastavit, aby alespoň přibližně odpovídalo problematickým jevům. V rovnicích z předchozí části tedy budeme uvažovat ještě jednoduchý model šumu a to aditivní bílý (Gaussovský) šum.

Problematika řízení

synchronismus, potřeba znalosti ϑ , šum

Problém bez senzorů

proč je to špatné, informace v indukovaném napětí, šum

“amplitudové” metody

kalman, model, šum

frekvenční metody

injektáže, fázový závěs, dft?, lepší proti šumu
volba frekvence a amplitudy

problematika řízení

(ne)jde oddělit, potřeba dobrého odhadu, řízení v $\alpha - \beta$ oprodi $d - q$

řídící strategii

návrh standartně PI (vektorové), nebo přes LQ

současný stav

nejlepší je hybridní, ale třeba přepínat více modelů, řízení PI

duální přístup

výhody duálního přístupu, proč se na to laicky hodí, problém s reálným časem, jednoduché metody

duální řízení

stručně popis, proč jednoduché, jaké? - třeba filatov...

snaha o návrh

injektáž-závěs-klaman-lq

vyhodnocení a simulace

možná něco vlastního v matlabu

závěry ze simulátoru

hlavně otestování toho "snaha o návrh"

podloženo simulacemi i z těch předchozích sekcí